More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

نواں باب

جبری فقرے، قالب اور مساواتیں

مشق 9.1

سوال: مندرجہ ذیل مساواتوں کے حل سیٹوں کے کوئی سے دس دس رکن جوڑے معلوم کیجئے؟

(1) $x + y = 0$

$$x + y = 0$$

$$x = -y$$

اب y کو باری باری مختلف قیمتیں دیں تو x کی متناظرہ قیمتیں معلوم ہو جائیں گی۔ مساوات کا حل سیٹ لامتناہی ہوگا۔

x	-1	-2	2	-3	3	-4	4	-5	5	6	-6	7	-7	-	-	-
y	1	2	-2	3	-3	4	-4	5	-5	-6	6	-7	7	-	-	-

(2) $x - y = 0$

$$x - y = 0 \quad , \quad x = y$$

y کو باری باری مختلف قیمتیں دینے سے x کی متناظرہ قیمتیں حاصل ہوتی جائیں گی۔ مساوات کا حل لامتناہی ہوگا۔

x	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	5	-5	6	-6	-	-	-	-
y	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	5	-5	6	-6	-	-	-	-

(3) $2x + 3y = 6$

$2x = 6 - 3y \quad . \quad x = \frac{6-3y}{2}$

y کو باری باری مختلف قیمتیں دینے سے x کی متناظرہ قیمتیں حاصل ہوتی جائیں گی۔ مساوات کا حل لامتناہی ہوگا۔

x	0	$\frac{3}{2}$	-3	-6	6	9	1	2	3	-4	10	-	-	-	-	-
y	2	1	4	6	-2	-4	4/3	2/3	0	14/3	-14/3	-	-	-	-	-

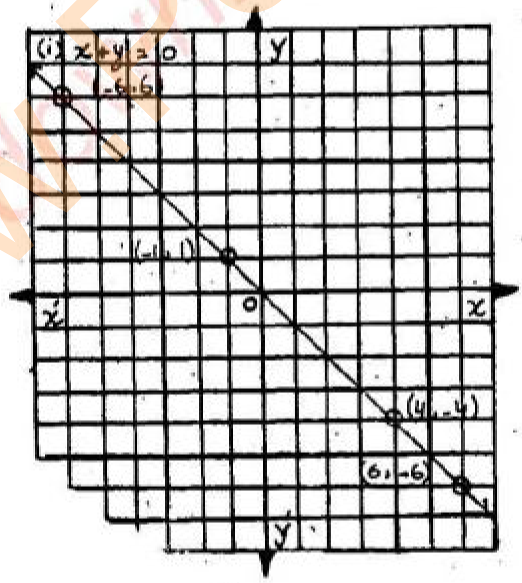
(4) $x = 2 + y$

y کو باری باری مختلف قیمتیں دینے سے x کی متناظرہ قیمتیں حاصل ہوتے جائیں گی۔ مساوات کا حل لامتناہی ہوگا۔

x	2	1	3	0	4	5	-1	6	-2	7	-	-	-	-	-	-
y	0	-1	1	-2	2	3	-3	4	-4	5	-	-	-	-	-	-

مشق 9.2

سوال (1): ترسیمی پرچوں پر مشق دی ہوئی ہے مساوات کے نقوش بنایئے (چونکہ ہر خطی مساوات کی ترسیم ایک خط ہوتی ہے اس لئے ہم اس قسم کی مساوات کو بھی خط کے نام سے پکار سکتے ہیں۔)



More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

۲۵۰

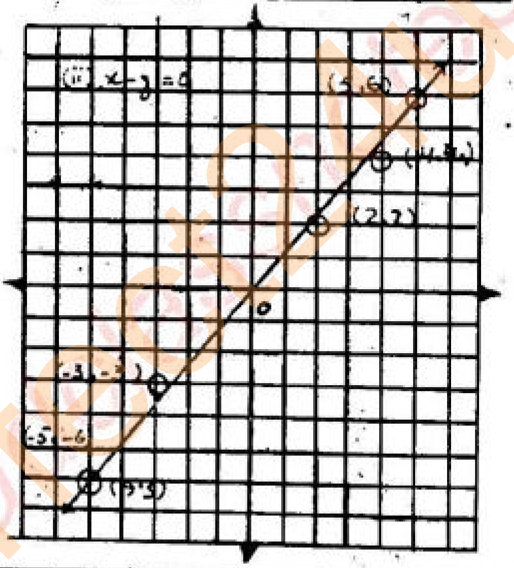
(i) $x + y = 0$

$x = -y$

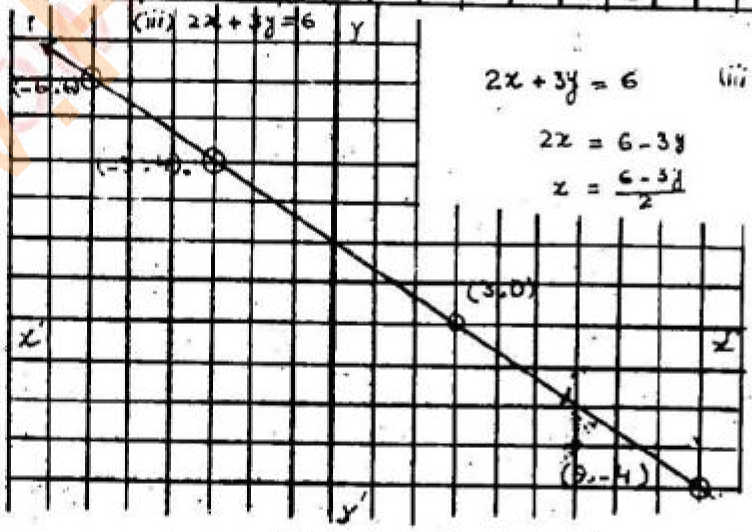
x	-1	-2	-3	3	-4	4	-5	5	6	-6	7	-	-	-	-	-
y	1	2	3	-3	4	-4	5	-5	-6	6	-7	-	-	-	-	-

(ii) $x - y = 0$

$x = y$



x	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	5	-5	6	-	-	-	-	-
y	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	6	-6	6	-	-	-	-	-



(iii) $2x + 3y = 6$

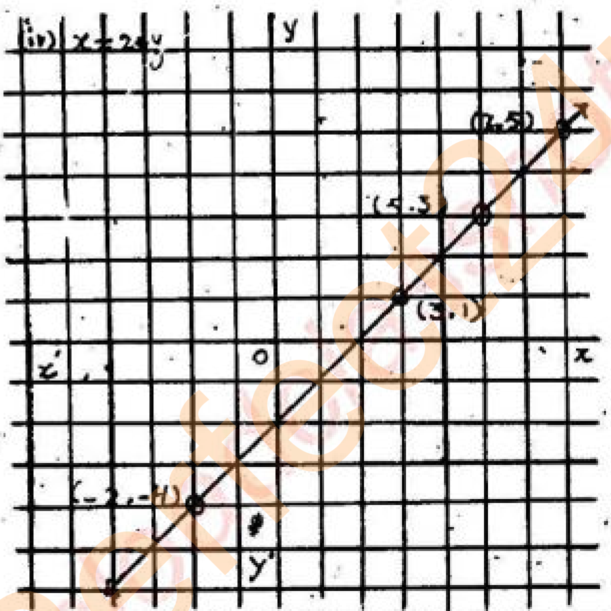
$2x = 6 - 3y$

$x = \frac{6 - 3y}{2}$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

x	0	$\frac{3}{2}$	-3	-6	9	1	2	3	-4	-	-	-	-		
y	2	1	4	6	-4	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{14}{3}$	-	-	-	-		

(iv) $x = 2 + y$



x	2	1	3	0	4	5	-1	6	-2	7	-	-	-	-	-
y	0	-1	1	-2	2	3	-3	4	-4	5	-	-	-	-	-

سوال ۶: مندرجہ ذیل خطوط کے گراف بنائیے۔

(i) $x = 0$, (ii) $y = 0$ (iii) $x = 3$

(iv) $y = -5$ (v) $3x + 5y = 8$ (vi) $6x + 10y = 16$

کیا مساواتیں (v) اور (vi) ایک ہی خط کو ظاہر کرتی ہیں؟

(vii) $5x + 10y = 5$

کیا خط (vii) خط (v) کے متوازی ہے؟

(viii) کیا خط (i) خط (iii) کے اور خط (ii) خط (iv) کے متوازی ہیں۔

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

(ix) ایک ہی ترسیمی پرچے پر خطوط $2x+3y=8$ ، $3x+5y=13$ کھینچیے۔ کیا کوئی نقطہ ان دونوں خطوط میں مشترک ہے؟ دوسرے نقاط میں کیا کوئی مرتب جوڑا دونوں مساواتوں کے حل سیٹوں میں شامل ہے، کیا ان دونوں مساواتوں کے حل سیٹوں میں ایک سے زائد مرتب جوڑے مشترک ہو سکتے ہیں۔

(x) کیا سوال نمبر (ix) کے خطوط کا نقطہ تقاطع خط $5x+8y=21$ پر واقع ہے۔

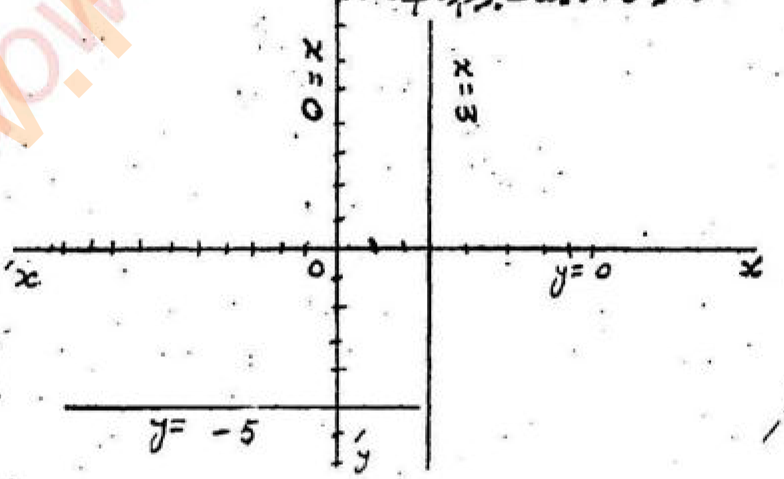
(xi) کیا کوئی مرتب جوڑا مساواتوں $4x-6y=5$ ، $2x-3y=6$ کے حل سیٹوں میں مشترک ہے؟ اگر نہیں تو کیوں؟ ترسیم کے ذریعہ واضح کیجیے۔

(xii) کیا مساواتیں $3x+5y=9$ ، $5x-2y=9+2x-7y$ ایک ہی خط کو ظاہر کرتی ہیں۔

حل:- (i) $x=0$ اس کا گراف y محور کو ظاہر کرنے والی لائن ہوگی، کیونکہ جس پر ہر نقطے کے لئے x کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(ii) $y=0$ اس کا گراف x محور کو ظاہر کرنے والا خط ہے کیونکہ اس پر ہر نقطے کے لئے y کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(iii) $x=3$ اس کو y محور کے متوازی ایک خط ظاہر کرتا ہے جس کا y محور سے فاصلہ 3 اکائیوں کے برابر ہوتا ہے۔

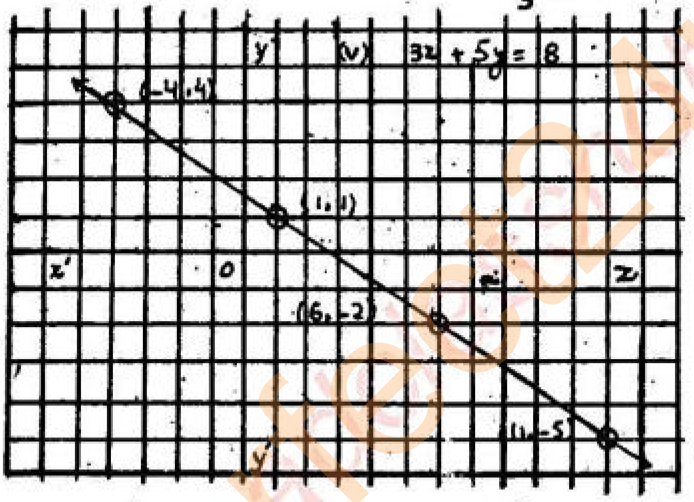


Perfect24u.com

(iv) $y = -5$ اس کو x محور کے متوازی ایک ایسا خط ظاہر کرے گا جس کا x محور سے فاصلہ 5- اکائیاں ہوگا۔

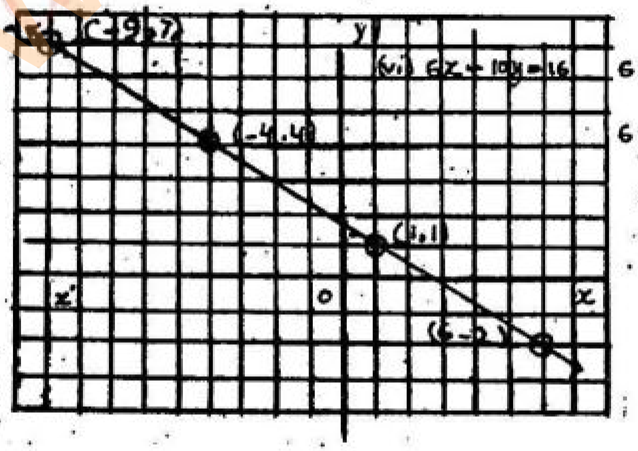
(v) $3x + 5y = 8$

$3x = 8 - 5y \quad , \quad x = \dfrac{8 - 5y}{3}$



مساوات کا جدول

x	1	6	-4	11
y	1	-2	4	-5



(vi) $6x + 10y = 16$

$6x = 16 - 10y$

$x = \dfrac{16 - 10y}{6}$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

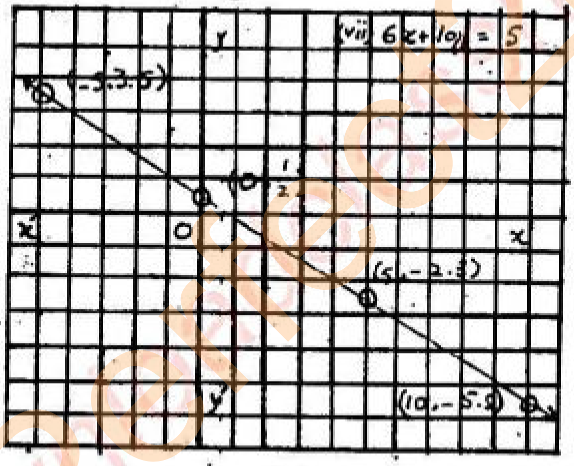
مساوات کا جدول

x	1	-4	6	8	-9	-	-	-
y	1	4	-2	-3.2	7	-	-	-

(vii) $6x + 10y = 5$

$$6x = 5 - 10y$$

$$x = \frac{5 - 10y}{6}$$



مساوات کا جدول

x	0	5	-5	10	-	-	-	-
	1/2	-2.5	3.5	-5.5	-	-	-	-

(viii) گراف بغور دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ مساوات (v) اور (vii) ایک ہی خط کو ظاہر کرتی ہیں۔

∴ خط (viii) خط (v) کے متوازی ہے

خط (i) خط (iii) کے متوازی ہے

خط (ii) خط (iv) کے متوازی ہے

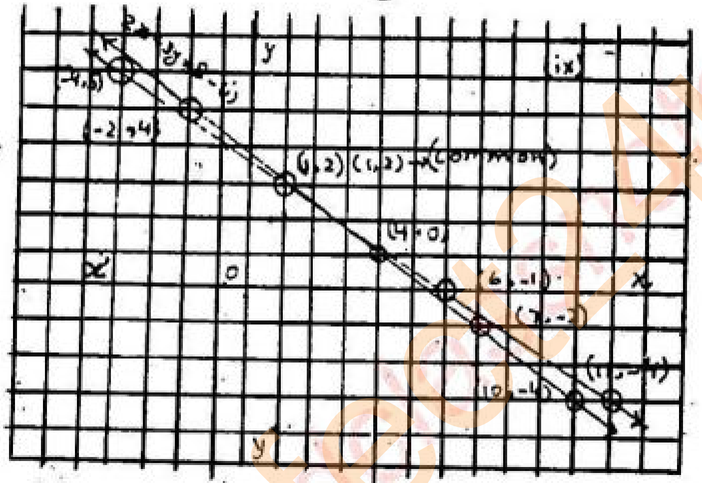
More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

(ix)

$$2x + 3y = 8 \quad \text{---------- (i)}$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{8 - 3y}{2}$$



مساوات (i) کا جدول

x	4	1	7	-2	10	-	-
y	0	2	-2	4	-4	-	-

$$3x + 5y = 13 \quad \text{---------- (ii)}$$

$$3x = 13 - 5y$$

$$x = \frac{13 - 5y}{3}$$

مساوات (ii) کا جدول

x	6	1	11	-4	-	-	-
y	-1	2	-4	5	-	-	-

گراف سے ظاہر ہے کہ مرتب جوڑا (1,2) دونوں خطوط میں مشترک ہے۔ اور یہ دونوں مساواتوں کے حل سیٹ میں شامل ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ دو خطوط صرف ایک اور

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

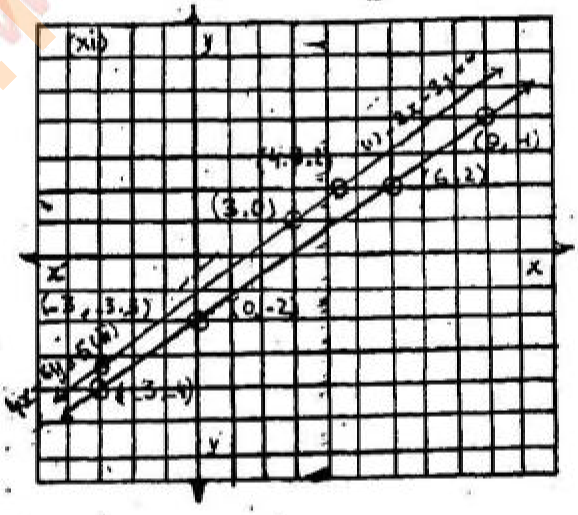
صرف ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں۔ دو خطوط کے درمیان ایک سے زائد نقطے مشترک نہیں ہوسکتے اس لئے ان دونوں مساواتوں کے حل سیٹوں میں ایک سے زیادہ مرتب جوڑے مشترک نہیں ہوسکتے۔

(x) پچھلے سوال کا نقطہ تقاطع (1,2) ہے۔ اگر (x,y) کی یہ قیمتیں دی ہوئی مساوات میں درج کرنے سے مساوات قائم رہے تو یہ نقطہ مطلوبہ خط پر واقع ہوگا ورنہ نہیں۔ پس دی ہوئی مساوات میں y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$5x + 8y = 21$$
$$5(1) + 8(2) = 21$$
$$5 + 16 = 21$$
$$21 = 21$$

چونکہ مساوات درست رہی اس لئے نقطہ (1,2) خط $5x + 8y = 21$ پر بھی واقع ہے۔

(xi)
$$2x - 3y = 6 \quad \text{---(i)}$$
$$2x = 6 + 3y$$
$$x = \frac{6 + 3y}{2}$$



Perfect24u.com

x	3	6	0	-3	9	12	-5
y	0	2	-2	-4	4	6	-6

$4x - 6y = 5$ —— (ii)

$4x = 5 + 6y$

$x = \frac{5 + 6y}{4}$

x	1.3	-0.3	4.3	-3.3	5	0	-
y	0	.-1	2	-3	2.5	-0.8	-

گراف سے ظاہر ہے کہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہیں متوازی خطوط ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے۔ دونوں مساواتوں کے حل سیٹوں میں کوئی جوڑا مشترک نہیں ہے

$5x - 2y = 9 + 2x - 7y$ (xii)

$5x - 2y - 2x + 7y = 9$

$3x + 5y = 9$

یہ وہی رقم ہے جو پہلی مساوات کی ہے۔ پس دونوں مساواتیں دراصل ایک جیسی ہیں لہٰذا یہ ایک ہی خط کو ظاہر کرتی ہیں

مشق 9.3

سوال ۱ حسب ذیل قالبوں کو جمع کریں۔

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

حل :-

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 \\ 2+(-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2+(-2) \\ 5+(-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2-2 \\ 2-2 & 5-4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(ii) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$

حل :-

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & 4+7 \\ 6+3 & -7+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$$

سوال ۲ اگر

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ، B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} ، A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

www.Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

تو مندرجہ ذیل قالب معلوم کریں

حل (i)

$$A+B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-1+2 & 0+(-1)\\ 2+0 & 5+3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 8\end{bmatrix}$$

حل (ii)

$$C+B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+2 & 0+(-1)\\ 0+0 & 1+3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 0 & 4\end{bmatrix}$$

حل (iii)

$$A+C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1+1 & 0+0\\ 2+0 & 5+1\end{bmatrix}$$

www.Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

حل (iv)

$$B+B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+2 & -1+(-1) \\ 0+0 & 3+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

حل (v)

$$-C = -1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1(1) & -1(0) \\ -1(0) & -1(1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

حل (vi)

$$C-C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-1 & 0-0 \\ 0-0 & 1-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

www.Perfect24u.com

Perfect24u.com

حل (vii)

$$B - A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-(-1) & -1-0 \\ 0-2 & 3-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

حل (viii)

$$2A + 3B = 2\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times(-1) & 2\times 0 \\ 2\times 2 & 2\times 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3\times 2 & 3\times(-1) \\ 3\times 0 & 3\times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2+6 & 0+(-3) \\ 4+0 & 10+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 19 \end{bmatrix}$$

حل (ix)

کیا ہے $A+B = B+A$ اور $A+C = C+A$ ؟

L.H.S

$$A+B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$\begin{bmatrix} -1+2 & 0+(-1) \\ 2+0 & 5+3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

R.H.S

$$B+A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2+(-1) & -1+0 \\ 0+2 & 3+5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

پس

$$A+B = B+A$$

اور $C+A = A+C$

حل (x)

L.H.S

$$C+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+(-1) & 0+0 \\ 0+2 & 1+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

R.H.S.

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$A+C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+1 & 0+0 \\ 2+0 & 5+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S.

پس

$$C+A = A+C$$

سوال ۳ :- مندرجہ ذیل قالبوں میں سے کون کون سے قالب مساوی قالب ہیں۔

$$C = \begin{bmatrix} 1+1 & 3-6 \\ 2+2 & 1+4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1-1 & 0-3 \\ 4 & 10-5 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 4 \div 2 & 6(-\frac{1}{2}) \\ 3+1 & 5 \times 1 \end{bmatrix}$$

حل :-

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1-1 & 0-3 \\ 4 & 10-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1+1 & 3-6 \\ 2+2 & 1+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$\begin{bmatrix} 4 \div 2 & 6(-\frac{1}{2}) \\ 3+1 & 5\times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

پس

$$A = C = E = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

اسی طرح $B = D = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

پس A, C اور E مساوی ہیں اسی طرح B اور D مساوی ہیں۔

مشق ۹.۴

سوال ۱: اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ تو AB اور BA معلوم کریں۔

حل:-

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times 2)+(5\times 3) & (1\times 3)+(5\times 2) \\ (3\times 2)+(2\times 3) & (3\times 3)+(2\times 2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+15 & 3+10 \\ 6+6 & 9+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 13 \\ 12 & 13 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2\times 1)+(3\times 3) & (2\times 5)+(3\times 2) \\ (3\times 1)+(2\times 3) & (3\times 5)+(2\times 2) \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$= \begin{bmatrix} 2+9 & 10+6 \\ 3+6 & 15+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 16 \\ 9 & 19 \end{bmatrix}$$

سوال ۲ اگر $C = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ، $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ تو CD اور DD معلوم کریں۔

حل:-

$$CD = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5\times2)+(3\times3) & (5\times3)+(-3\times5) \\ (-3\times2)+(2\times3) & (-3\times3)+(2\times5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10-9 & 15-15 \\ -6+6 & -9+10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$DD = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2\times2)+(3\times3) & (2\times3)+(3\times5) \\ (3\times2)+(5\times3) & (3\times3)+(5\times5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+9 & 6+15 \\ 6+15 & 9+25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 21 \\ & 34 \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

سوال ۳:- اگر $X = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، $Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ ، $Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

تو مندرجہ ذیل قالب معلوم کریں۔

حل: (i)

$$XY = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1\times2)+(2\times0) & (-1\times0)+(2\times(-2)) \\ (2\times2)+(0\times0) & (2\times0)+(0\times(-2)) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2+0 & 0-4 \\ 4+0 & 0+(-0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

حل (ii)

$$YX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2\times(-1))+(0\times2) & (2\times2)+(0\times0) \\ (0\times(-1))+(-2\times2) & (0\times2)+(-2\times0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2+0 & 4+ \\ 0-4 & 0-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

حصہ (iii)

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$ZY = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times 2) + (0\times 0) & (1\times 0) + (0\times(-2)) \\ (0\times 2) + (1\times 0) & (0\times 0) + (1\times(-2)) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+0 & 0-0 \\ 0+0 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

حل (iv)

$$YZ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2\times 1) + (0\times 0) & (2\times 0) + (0\times 1) \\ (0\times 1) + (-2\times 0) & (0\times 0) + (-2\times 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

حل (v)

$$XZ = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1\times 1) + (2\times 0) & (-1\times 0) + (2\times 1) \\ (2\times 1) + (0\times 0) & (2\times 0) + (0\times 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0 & 0+2 \\ 2+0 & 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

حل (vi)

$$-ZX = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1\times -1)+(0\times 2) & (-1\times 2)+(0\times 0) \\ (0\times -1)+(-1\times 2) & (0\times 2)+(-1\times 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & -2+0 \\ 0-2 & 0-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

حل (viii)

کیا $XZ = ZX$ ؟

L.H.S.

$$XZ = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1\times 1)+(2\times 0) & (-1\times 0)+(2\times 1) \\ (2\times 1)+(0\times 0) & (2\times 0)+(0\times 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0 & 0+2 \\ 2+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

R.H.S.

$$ZX = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times -1)+(0\times 2) & (1\times 2)+(0\times 0) \\ (0\times -1)+(1\times 2) & (0\times 2)+(1\times 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0 & 2+0 \\ 0+2 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

$\therefore XZ = ZX$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

حل (viii)

کیا $YZ = ZY = Y$ ؟

(I)

$$YZ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2\times1)+(0\times0) & (2\times0)+(0\times1) \\ (0\times1)+(-2\times0) & (0\times0)+(-2\times1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+0 & 0+0 \\ 0-0 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

(II)

$$ZY = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times2)+(0\times0) & (1\times0)+(0\times(-2)) \\ (0\times2)+(1\times0) & (0\times0)+(1\times(-2)) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+0 & 0-0 \\ 0+0 & 0-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

(III)

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ (I) = (II) = (III)

$\therefore$ $YZ = ZY = Y$

www.Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

سوال ۹ :۔ اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ ہو تو ثابت کریں کہ $AO = OA$
جبکہ O صفری قالب ہے۔

حل:۔

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L.H.S.

$$AO = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (5\times0)+(-6\times0) & (5\times0)+(-6\times0) \\ (7\times0)+(2\times0) & (7\times0)+(2\times0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0-0 & 0-0 \\ 0+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

R.H.S.

$$OA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (0\times5)+(0\times7) & (0\times-6)+(0\times2) \\ (0\times5)+(0\times7) & (0\times-6)+(0\times2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0 & -0+0 \\ 0+0 & -0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S

$\therefore$ $AO = OA$.

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

سوال ۵: A کوئی سا 2×2 قالب لے کر ثابت کریں کہ O، A اور O.A صفری قالب ہوں گے۔

حل:۔

فرض کیا کہ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ثابت کرنا ہے۔

$$AO = OA = O$$

(I)

$$AO = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times0)+(2\times0) & (1\times0)+(2\times0) \\ (3\times0)+(4\times0) & (3\times0)+(4\times0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(II)

$$OA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (0\times1)+(0\times3) & (0\times2)+(0\times4) \\ (0\times1)+(0\times3) & (0\times2)+(0\times4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

(III)

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ (I) = (II) = (III)

$\therefore$ $AO = OA = O$

پس ثابت ہو گیا کہ AO اور OA صفری قالب ہیں۔

سوال ۶:۔ اگر $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ، $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ تو ثابت کریں کہ $BI = IB = B$

حل:۔

(I)

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BI = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (0\times1)+(-1\times0) & (0\times0)+(-1\times1) \\ (2\times1)+(5\times0) & (2\times0)+(5\times1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0-0 & 0-1 \\ 2+0 & 0+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

(II)

$$IB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times 0)+(0\times 2) & (1\times -1)+(0\times 5) \\ (0\times 0)+(1\times 2) & (0\times -1)+(1\times 5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0 & -1+0 \\ 0+2 & 0+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

(III)

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ (I) = (II) = (III)

$\therefore$ $BI = IB = B$

سوال ۷ :- A کوئی سا 2×2 قالب ہے کر ثابت کریں کہ $IA = A =$ AI جبکہ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

حل :-

فرض کیا کہ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(I)

$$AI = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5\times 1)+(3\times 0) & (5\times 0)+(3\times 1) \\ (2\times 1)+(4\times 0) & (2\times 0)+(4\times 1) \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$= \begin{bmatrix} 5+0 & 0+3 \\ 2+0 & 0+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

(II)

$$IB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1\times5)+(0\times2) & (1\times3)+(0\times4) \\ (0\times5)+(1\times2) & (0\times3)+(1\times4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5+0 & 3+0 \\ 0+2 & 0+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

(III)

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ (I) = (II) = (III)

$\therefore AI = IA = A$

مشق 9.5

سوال ۱:- مندرجہ ذیل قالبوں میں سے نادر قالب اور غیر نادر قالب بتائیں۔

(i): حل :- (i) فرض کیا کہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (3\times0) - (2\times(-2))$$

$$= 0 + 4 = 4$$

$\because |A| \neq 0$

www.Perfect24u.com

اس لیے غیر نادر قالب ہے

حل :- (ii)   فرض کیا کہ -

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (5 \times 1) - (5 \times 1)$$
$$= 5 - 5 = 0$$
$$\therefore |A| = 0$$

اس لیے نادر قالب ہے

حل :- (iii)   فرض کیا کہ -

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (2 \times 12) - (8 \times 3)$$
$$= 24 - 24 = 0$$
$$\therefore |A| = 0$$

اس لیے نادر قالب ہے

حل :- (iv)   فرض کیا کہ -

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (1 \times 1) - (0 \times 0)$$
$$= 1 - 0 = 1$$
$$\therefore |A| \neq 0$$

اس لیے غیر نادر قالب ہے

www.Perfect24notes.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

حل:- فرض کیا کہ۔

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (-3 \times 6) - (2 \times (-9))$$

$$= -18 + 18 = 0$$

$$\therefore |A| = 0$$

اس لئے نادر قالب ہے۔

سوال ۲:۔ مندرجہ ذیل قالبوں کے ضربی معکوس معلوم کریں۔

حل:- (i) فرض کیا کہ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (0 \times 0) - (1 \times 1)$$

$$= 0 - 1 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

حل:- (ii) فرض کیا کہ۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (1 \times 7) - (2 \times 3)$$

$$= 7 - 6 = 1$$

www.Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

حل ۱- (iii)

فرض کیا کہ

حل (iii):

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (-2 \times 8) - (4 \times 3)$$

$$= -16 - 12 = -28$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-28}\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-8}{28} & \frac{-4}{-28} \\ \frac{-3}{-28} & \frac{-2}{-28} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{3}{28} & \frac{1}{14} \end{bmatrix}$$

www.Perfect24notes.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

سوال ۳: مندرجہ ذیل بیانات میں سے درست اور غلط بیانات الگ الگ کریں (جبکہ A اور B میں سے ہر ایک قالب 2×2 ہو)۔

جواب:۔

(i) ہر قالب کا ضربی معکوس ممکن ہے۔

غلط

(ii) قالب A غیر نادر قالب ہوگا اگر $|A| \neq 0$

درست

(iii) قالب A نادر قالب ہوگا اگر $|A| = 0$

درست

(iv) قالب A کے دو ضربی معکوس ممکن ہیں۔

غلط

(v) AB اور BA ہمیشہ مساوی ہوتے ہیں۔

غلط

(vi) $A+B$ اور $B+A$ ہمیشہ مساوی ہوتے ہیں۔

درست

(vii) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ کو وحدانی قالب کہتے ہیں۔

غلط

(viii) $A - A$ ہمیشہ صفری قالب ہوتا ہے۔

درست

(ix) دو قالبوں کی جمع خاصیت مبادلہ کی حامل ہوتی ہے۔

درست

(x) دو قالبوں کی ضرب خاصیت مبادلہ کی حامل ہوتی ہے۔

غلط

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

سوال ۴:- اگر $A=\begin{bmatrix} 1/2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ تو A^{-1} معلوم کریں۔

۱- حل

حل:-

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (\tfrac{1}{2} \times 5) - (3 \times (-4))$$

$$= \frac{5}{2} + 12$$

$$= \frac{5+24}{2} = \frac{29}{2}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{29/2}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2}{29} \times 5 & -3 \times \frac{2}{29} \\ \frac{2}{29} \times 4 & \frac{1}{2} \times \frac{2}{29} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{10}{29} & -\frac{6}{29} \\ \frac{8}{29} & \frac{1}{29} \end{bmatrix}$$

سوال ۵:- اگر $\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ B معلوم کریں۔

Perfect24u.com

www.Perfectests24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

نیز ثابت کریں کہ $B^{-1}B = BB^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

حل:-

(i) $B = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$|B| = (5 \times 2) - [-6 \times -1]$

$= 10 - 6 = 4$

$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times \frac{1}{4} & 6 \times \frac{1}{4} \\ 1 \times \frac{1}{4} & 5 \times \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 1/4 & 5/4 \end{bmatrix}$

(II)

$B^{-1}B = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 1/4 & 5/4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (1/2 \times 5) + (3/2 \times -1) & (1/2 \times -6) + (3/2 \times 2) \\ (1/4 \times 5) + (5/4 \times -1) & (1/4 \times -6) + (5/4 \times 2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5/2 - 3/2 & -3 + 3 \\ 5/4 - 5/4 & -3/2 + 5/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5-3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-3+5}{2} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2/2 & 0 \\ 0 & 2/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$BB^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 1/4 & 5/4 \end{bmatrix}$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$= \begin{bmatrix} (5\times\frac{1}{2})\times(-6\times\frac{1}{4}) & (5\times\frac{3}{2})+(-6\times\frac{5}{4}) \\ (-1\times\frac{1}{2})\times(2\times\frac{1}{4}) & (-1\times\frac{3}{2})+(2\times\frac{5}{4}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{5}{2} - \frac{3}{2} & \frac{15}{2} - \frac{15}{2} \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{5-3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-3+5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore B^{-1}B = BB^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مشق 9.6

سوال ۱: مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتوں کے سروں کے قالب بنائیں اور یہ بتائیں کیا یہ قالب نادر قالب ہیں۔

حل:

(1)
$$3x + 5y = 8$$
$$6x + 10y = 5$$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$|A| = (3\times10) - (5\times6)$$
$$= 30 - 30 = 0$$

چونکہ $|A| = 0$

اس لئے نادر قالب ہے۔

حل ۱۰

حل :-

(iii) $\frac{1}{2}x - 3y = 4$

$x - 6y = 1$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -3 \\ 1 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -3 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (\tfrac{1}{2}\times -6) - (-3\times1)$$
$$= -3 + 3 = 0$$

چونکہ $|A| = 0$

اس لئے نادر قالب ہے۔

حل ۱۰

حل :-

(iiii) $3x - 5y = 0$

$4x - 7y = \frac{1}{2}$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

www.Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (3\times-7) - (-5\times4)$$

$$= -21 + 20 = -1$$

$$|A| = -1$$

$$|A| \neq 0$$

چونکہ

اس لئے غیر نادر قالب ہے

حل:- (iv)

حل (iv)

$$3x = 2y$$

$$-2y = 5x + 1$$

یا

$$3x - 2y = 0$$

$$-5x - 2y = 1$$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (3\times-2) - (-2\times-5)$$

$$= -6 - 10 = -16$$

$$|A| = -16$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

چونکہ $|A| \neq 0$

اس لئے غیر نادر قالب ہے۔

سوال ۲:۔ قالبوں کے ذریعے بتائیں کیا مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتوں کے حل سیٹ معلوم کرنا ممکن ہیں۔

حل (i)

$$x - y = 2$$
$$3x - 3y = 5$$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (1 \times -3) - (-1 \times 3)$$
$$= -3 + 3 = 0$$
$$|A| = 0$$

چونکہ A ایک نادر قالب ہے جس کی وجہ سے $\frac{1}{|A|}$ بے معنی ہو جاتا ہے اس لئے A^{-1} معلوم نہیں کیا جا سکتا اور دی ہوئی مساوات کا حل سیٹ معلوم کرنا ممکن نہیں۔

حل (ii)

$$4x + 3y = 7$$
$$2x + 5y = 7$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (4 \times 5) - (3 \times 2)$$

$$|A| = 20 - 6 = 14$$

چونکہ A غیر نادر قالب ہے اس لئے اس مساوات کا حل سیٹ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

حل (iii)

$$x = 3$$

$$y = 5$$

(یا)

$$x + 0y = 3$$

$$0x + y = 5$$

قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (1 \times 1) - (0 \times 0)$$

$$|A| = 1 - 0 = 1$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

چونکہ A غیر نادر قالب ہے اس لئے اس مساوات کا حل سیٹ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

(iv) حل:-

$$\tfrac{1}{2}x - y = 0$$
$$3x + y = 6$$

مساوات کو قالبوں کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} \tfrac{1}{2} & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$ جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} \tfrac{1}{2} & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix},\ X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (\tfrac{1}{2} \times 1) - (-1 \times 3)$$

$$|A| = \tfrac{1}{2} + 3 = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$$

چونکہ A غیر نادر قالب ہے اس لئے اس مساوات کا حل سیٹ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

سوال ۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
تو AB اور AC معلوم کریں۔ نیز بتائیں کیا BA اور CA ممکن ہیں جواب کی وضاحت دلیل دے کر کریں۔

حل:-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

(1)

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times (-3) + (2 \times 4) \\ 3 \times (-3) + (4 \times 4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 + 8 \\ -9 + 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

(2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \times 1) + (2 \times 0) \\ (3 \times 1) + (4 \times 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 0 \\ 3 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(3)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

دو قالبوں A اور B کو آپس میں ضرب دیتے وقت مندرجہ ذیل باتوں کا لحاظ رکھا جاتا ہے۔

(۱) اگر AB زیر غور ہو تو A کے قطاری عناصر کو باری باری B کے متناظرہ کالمی عناصر سے ضرب دے کر علیحدہ علیحدہ جوڑا جاتا ہے۔

(۲) اس ضرب دینے کے عمل میں نہ تو A کا کوئی قطاری عنصر باقی بچنا چاہیئے اور نہ ہی B کا عنصر پس اس ضرورت کے پیش نظر AB معلوم کرنے کے لئے A کے کالموں کی تعداد B کی قطاروں کی تعداد کے برابر ہونی چاہیئے۔

پس قالب B کے کالموں کی تعداد = 1

قالب A کی قطاروں کی تعداد = 2

چونکہ B کے کالموں کی تعداد A کی قطاروں کی تعداد کے برابر نہیں اس لئے ضرب BA ممکن نہیں۔

اسی طرح :- قالب C کے کالموں کی تعداد = 1

قالب A کی قطاروں کی تعداد = 2

چونکہ C کے کالموں کی تعداد A کی قطاروں کی تعداد کے برابر نہیں اس لئے ضرب CA ممکن نہیں۔

سوال ۷ :- مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتوں کو قالبوں کی شکل میں لکھیں۔

(۱) حل

حل (i)

$$4x - 3y = 7$$
$$2x + 5y = 7$$

قالبوں کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

(ii) $2x + 3y = 5$

$x - y = 0$

قالبوں کی شکل میں لکھنے پر۔

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(iii)

$ax + 3y = \frac{1}{2}$

$bx - dy = f$

قالبوں کی شکل میں لکھنے پر۔

$$\begin{bmatrix} a & 3 \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ f \end{bmatrix}$$

سوال ۵ :- مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتوں کو قالبوں کے قاعدے سے حل کریں۔

حل (i)

$2x + 3y = 5$

$x - y = 0$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر۔

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$AX = B$

Perfect24u.com

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$X = \frac{B}{A} \text{ (یا) } X = A^{-1}B$$

$$|A| = (2 \times -1) - (3 \times 1) = -2 - 3 = -5$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} (-1 \times 5)+(-3 \times 0) \\ (-1 \times 5)+(2 \times 0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -5-0 \\ -5+0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -5 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \times \frac{1}{-5} \\ -5 \times \frac{1}{-5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = 1$$

$$y = 1$$

حل (ii)

$$3x + 5y = 2$$

$$2x + 4y = 3$$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر۔

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$$X = \frac{B}{A} \text{ (یا) } X = A^{-1}B$$

$$|A| = (3 \times 4) - (5 \times 2) = (12 - 10) = 2$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} (4\times2)+(-5\times3) \\ (-2\times2)+(3\times3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8-15 \\ 4+9 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -7 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7\times\frac{1}{2} \\ 5\times\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{2} \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}$$

حل (iii)

$$5x - 2y = 7$$

$$9x + 4y = 43$$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر۔

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 43 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 \\ 43 \end{bmatrix}$$ جبکہ

$$AX = B$$

$$X = \frac{B}{A} \text{ (یا) } X = A^{-1}B$$

$$|A| = (5\times4)-(-2\times9) = 20+18 = 38$$

$$X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ 43 \end{bmatrix} = \frac{1}{38}\begin{bmatrix} (4\times7)+(2\times43) \\ (-9\times7)+(5\times43) \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{38} \begin{bmatrix} 28+86 \\ -63+215 \end{bmatrix} = \frac{1}{38} \begin{bmatrix} 114 \\ 152 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 114 \times 1/38 \\ 152 \times 1/38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$x = 3$

$y = 4$

حل (vii)

$x + y = 4$

$2x - 3y = 13$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = 1 \times (-3) - (2 \times 1) = -3 - 2 = -5$

$X = A^{-1}B$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} (-3 \times 4) + (-1 \times 13) \\ (-2 \times 4) + (1 \times 13) \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -12 - 13 \\ -8 + 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -25 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \times \frac{1}{5} \\ 5 \times \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\therefore \quad x = 5$

$y = -1$

سوال ۶:- 2 فٹ بال اور 3 گیند 70 روپے میں آتے ہیں جبکہ 3 فٹ بال اور 2 گیند 80 روپے میں آتے ہیں۔ ایک فٹ بال اور گیند کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں معلوم کریں۔ نیز بتائیں کہ 4 فٹ بال اور 2 گیند کتنے پیسے میں آئیں گے؟

حل :- فرض کیا کہ ایک فٹ بال کی قیمت = x روپے

ایک گیند کی قیمت = y روپے

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق۔

$2x + 3y = 70$

$3x + 2y = 80$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \\ 80 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 70 \\ 80 \end{bmatrix}$$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = (2 \times 2) - (3 \times 3) = 4 - 9 = -5$

$X = A^{-1}B$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$X = \frac{1}{A}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 70 \\ 80 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} (2\times70)+(-3\times80) \\ (-3\times70)+(2\times80) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} 140-240 \\ -210+160 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -100 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -100 \times \frac{1}{-5} \\ -50 \times \frac{1}{-5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$\therefore x = 20$

$y = 10$

اس لئے ایک فٹ بال کی قیمت 20 روپے اور 4 فٹ بال کی قیمت 80 روپے ایک گیند کی قیمت 10 روپے اور 2 گیندوں کی قیمت 20 روپے

سوال ۷ :- ایک شخص اپنے بیٹے سے کہتا ہے کہ 7 سال پہلے میری عمر تمہاری عمر سے 7 گنا تھی اور آج سے 3 سال بعد میری عمر تمہاری عمر سے 3 گنا ہوگی دونوں کی موجودہ عمریں بتائیں۔

حل :-

فرض کیا باپ کی موجودہ عمر $= x$ سال

اور بیٹے کی موجودہ عمر $= y$ سال

سات سال پہلے باپ کی عمر $= x-7$

سات سال پہلے بیٹے کی عمر $= y-7$

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$$x-7 = 7(y-7)$$

$$x-7 = 7y-49$$

$$x-7y = -49+7$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$x - 7y = -42$ ——— (1)

$x + 3 =$ تین سال بعد باپ کی عمر

$y + 3 =$ تین سال بعد بیٹے کی عمر

سوال میں دی گئی شرط کے مطابق

$x + 3 = 3(y + 3)$

$x + 3 = 3y + 9$

$x - 3y = 9 - 3$

$x - 3y = 6$ ——— (2)

$x - 7y = -42$ ——— (1)

$x - 3y = 6$ ——— (2)

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -42 \\ 6 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -42 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$|A| = (1)(-3) - (-7)(1) = -3 + 7 = 4$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ یا $X = A^{-1}B$

$X = A^{-1}B$

$$X = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -42 \\ 6 \end{bmatrix}$$

www.Perfectclass24u.com

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (-3\times-42) + (7\times6) \\ (-1\times-42) + (1\times6) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 126+42 \\ 42+6 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 168 \\ 48 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}\times 168 \\ \frac{1}{4}\times 48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$x = 42$$

$$y = 12$$

باپ کی موجودہ عمر = 42 سال

بیٹے کی موجودہ عمر = 12 سال

سوال نمبر 8 حمید اور نصیر کے پاس کچھ روپے ہیں اگر حمید ایک روپیہ نصیر کو دے تو دونوں کی رقم برابر ہو جائے گی اگر نصیر 4 روپے حمید کو دیدے تو اس کے پاس حمید سے نصف رقم رہ جائے گی۔ حمید اور نصیر کی رقوم دریافت کریں۔

حل:- فرض کیا کہ حمید کی رقم = x روپے

اور نصیر کی رقم = y روپے

پہلی شرط کے مطابق:-

$$x - 1 = y + 1$$

$$x - y = 1 + 1$$

$$x - y = 2 \quad \text{———— (1)}$$

دوسری شرط کے مطابق

$$\frac{x+4}{2}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$x - 2y = -8 - 4$$

$$x - 2y = -12 \quad \text{------- (ii)}$$

$$x - y = 2 \quad \text{------- (i)}$$

$$x - 2y = -12 \quad \text{------- (ii)}$$

• مساوات کو قالب کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \end{bmatrix}$$

جبکہ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \end{bmatrix}$

$$AX = B$$

$$X = \frac{B}{A} \text{ (یا) } X = A^{-1}B$$

$$|A| = (1 \times -2) - (-1 \times 1) = -2 + 1 = -1$$

$$X = A^{-1}.B$$

$$X = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} (-2 \times 2) + (1 \times -12) \\ (-1 \times 2) + (1 \times -12) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} -4 & -12 \\ -2 & -12 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} -16 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \times -16 \\ -1 \times -14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$x = 16$$

$$y = 14$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

حمید کی رقم = 16 روپے

زبیر کی رقم = 14 روپے

سوال نمبر 9: وہ کسر معلوم کریں جس کے شمار کنندہ میں 1 جمع کیا تو $\frac{2}{3}$ ہو جائے

اور نسب نما میں 2 جمع کیا جائے تو $\frac{1}{2}$ بن جائے

حل: فرض کریں شمار کنندہ $x =$

نسب نما $y =$

شمار کنندہ میں 1 جمع کرنے سے

$$\frac{x+1}{y} = \frac{2}{3}$$

$$3x + 3 = 2y$$

$$3x - 2y = -3 \quad \text{——— (i)}$$

نسب نما میں 2 جمع کرنے سے

$$\frac{x}{y+2} = \frac{1}{2}$$

$$2x = y + 2$$

$$2x - y = 2 \quad \text{——— (ii)}$$

$$3x - 2y = -3 \quad \text{——— (i)}$$

$$2x - y = 2 \quad \text{——— (ii)}$$

میٹرکس کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \ldots$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = (3\times -1) - (-2\times 2)$

$= -3 + 4 = 1$

$X = A^{-1}B$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} (-1\times -3) + (2\times 2) \\ (-2\times -3) + (3\times 2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 4 \\ 6 + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \end{bmatrix}$$

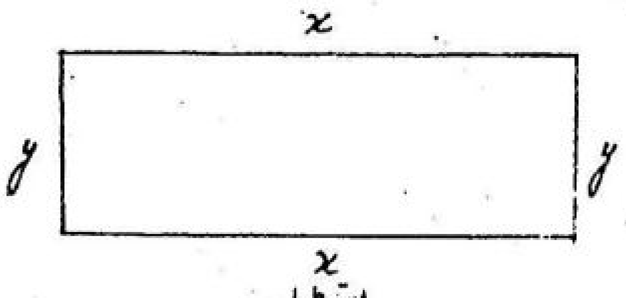
$x = 7$

$y = 12$

پس مطلوبہ کسر $= \frac{7}{12}$

سوال نمبر ۱ :۔ ایک مستطیل کا احاطہ 12 میٹر ہے اگر لمبائی کا دس گنا چوڑائی کے تین گنے کے ساتھ جمع کیا جائے تو مجموعہ 46 میٹر حاصل ہوتا ہے مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کریں ۔

حل :۔



مستطیل

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

فرض کیا کہ لمبائی $= x$

اور چوڑائی $= y$

پہلی شرط کے مطابق

$2x + 2y = 12$ ——— (i)

دوسری شرط کے مطابق

$10x + 3y = 46$ ——— (ii)

$2x + 2y = 12$ ——— (i)

$10x + 3y = 46$ ——— (ii)

قالب کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 46 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 \\ 46 \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$$|A| = (2\times3) - (2\times10) = 6 - 20 = -4$$

$$X = A^{-1}B$$

$$X =$$

$$X = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -10 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 12 \\ 46 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} (3\times12) + (-2\times46) \\ (-10\times12) + (2\times46) \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} 36 - 92 \\ -120 + 92 \end{bmatrix} = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} -56 \\ -28 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -56 \times \frac{1}{-14} \\ -28 \times \frac{1}{-14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$x = 4$

$y = 2$

مستطیل کی لمبائی = 4 میٹر

مستطیل کی چوڑائی = 2 میٹر

مشق 9.7

سوال ۱: مندرجہ ذیل ہمزاد مساواتوں کے حل سیٹ معلوم کریں۔

حل:

$x + y = 4$

$2x - y = 5$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں رکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

جبکہ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = (1 \times -1) - (1 \times 2) = -1 - 2 = -3$

$X = A^{-1}B$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix} (-1\times4)+(-1\times5) \\ (-2\times4)+(1\times5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-3}\begin{bmatrix} -4-5 \\ -8+5 \end{bmatrix} = \frac{1}{-3}\begin{bmatrix} -9 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9\times\frac{1}{-3} \\ -3\times\frac{1}{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$x = 3$

$y = 1$

سوال ۲

حل: (2)

$$3x - 2y = \frac{5}{2}$$
$$2x - 3y = 0$$

مساوات کو قالبی کی صورت میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = (3\times-3)-(-2\times2) = -9+4 = -5$

$X = A^{-1}B$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} (-3\times\frac{5}{2})+(2\times0) \\ (-2\times\frac{5}{2})+(3\times0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -\frac{15}{2}+0 \\ -5+0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} -\frac{15}{2} \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{15}{2}\times\frac{1}{-5} \\ -5\times\frac{1}{-5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = 3/2$$

$$y = 1$$

سوال ۳:

حل:- (3)

$$9x+4y = 43$$

$$5x-2y = 7$$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43 \\ 7 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 43 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$$X = \frac{B}{A} \text{ (یا) } X = A^{-1}B$$

$$|A| = (9-2)-(4\times5) = -18-20 = -38$$

$$X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 43 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{-38}\begin{bmatrix} (-2\times43)+(-4\times7) \\ (-5\times43)+(9\times7) \end{bmatrix} = \frac{1}{-38}\begin{bmatrix} -86-28 \\ -215+63 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-38} \begin{bmatrix} -114 \\ -152 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -114 \times \frac{1}{-38} \\ -152 \times \frac{1}{-38} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$x = 3$

$y = 4$

سوال

حل

$3x + 4y = 0$

$x - 4y = 2/3$

مساوات ... کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \end{bmatrix}$$

$AX = B$

$X = \frac{B}{A}$ (یا) $X = A^{-1}B$

$|A| = (3 \times -4) - (4 \times 1) = -12 - 4 = -16$

$X = A^{-1}B$

$$X = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-16} \begin{bmatrix} (-4 \times 0) + (-4 \times 2/3) \\ (-1 \times 0) + (3 \times 2/3) \end{bmatrix} = \frac{1}{-16} \begin{bmatrix} 0 - 8/3 \\ 0 + 2 \end{bmatrix}$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-16}\begin{bmatrix} -8/3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8/3 \times 1/-16 \\ 2 \times 1/-16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/6 \\ -1/8 \end{bmatrix}$$

سوال ۵

حل :- (5)

$$3x = 5 - 4y$$
$$5y = 8 - 2x$$

(یا)

$$3x + 4y = 5$$
$$2x + 5y = 8$$

مساوات کو قالبوں کی شکل میں لکھنے پر

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

جبکہ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$$X = \frac{B}{A} \quad (\text{یا}) \quad X = A^{-1}B$$

$$|A| = (3\times5) - (4\times2) = 15 - 8 = 7$$

$$X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} (5\times5)+(-4\times8) \\ (-2\times5)+(3\times8) \end{bmatrix} = \left[\frac{1}{7} \begin{matrix} 25-32 \\ -10+24 \end{matrix}\right]$$

More Notes, Books Visit Now: www.Perfect24u.com

www.Perfect24u.com

Perfect24u.com